

# El registro de ventas. Entramado de conocimientos matemáticos en torno a una situación cotidiana

David Block Sevilla<sup>1</sup> y Diana Solares-Pineda<sup>2</sup>

## RESUMEN

El capítulo describe y analiza los conocimientos matemáticos que se identifican en un grupo de mujeres productoras agrícolas de baja o nula escolaridad. El proceso de exploración se realizó en el ámbito laboral de las mujeres, pues reconocemos que las personas desarrollan conocimientos matemáticos personales en su vida diaria y laboral debido a la necesidad de resolver tareas que los implican. Con apoyo de planteamientos de diversas teorías, los cuales coinciden en la perspectiva de *numeracy practices* y retomando aspectos de la Teoría de las Situaciones Didácticas, asumimos las decisiones teóricas y metodológicas que ponemos a consideración. A partir de los resultados obtenidos proponemos elementos para el diseño de alternativas didácticas que recuperan ciertos aspectos del contexto original y, al mismo tiempo, introducimos determinadas dificultades para favorecer el desarrollo de sus procedimientos.

## PALABRAS CLAVE

Educación para adultos, Conocimientos matemáticos extraescolares, Numeracy practices, Proporcionalidad y medidas fraccionarias, Diseños didácticos.

---

<sup>1</sup> dblock@cinvestav.mx

Departamento de Investigaciones Educativas-Cinvestav  
<https://orcid.org/0000-0002-3914-5544>

<sup>2</sup> diana.violeta.solares@uaq.mx

Universidad Autónoma de Querétaro  
<https://orcid.org/0000-0001-6034-6693>

## INTRODUCCIÓN

De acuerdo con el Censo de Población y Vivienda 2020, en México hay 4,456,431 personas de 15 años y más que no saben leer ni escribir. Así mismo, cuatro de cada 100 hombres y seis de cada 100 mujeres de 15 años y más no saben leer ni escribir (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI], 2020). Por su parte, el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social [CONEVAL], señala que hay 10.8 millones de personas de 25 años o más en condición de rezago educativo, lo que representa 23% del total en ese rango de edad. El CONEVAL establece que una persona en rezago educativo es “aquella que nació antes de 1982 y no tiene la primaria completa o que nació en 1982 o después y no cuenta con secundaria terminada” (Área de Apoyo y Seguimiento a la Mejora Continua e Innovación Educativa, 2020; p. 6).

Los datos anteriores expresan la necesidad imperiosa de seguir impulsando acciones que contribuyan a la formación educativa básica de la población rezagada en México. Nuestro trabajo se inscribe en esta dirección. En este capítulo analizamos los conocimientos matemáticos que manifestaron mujeres con baja o nula escolaridad al desarrollar actividades de producción agrícola. Tales actividades involucran diversos conocimientos matemáticos interrelacionados entre sí (medición, proporcionalidad, números fraccionarios y decimales). Destacamos, precisamente, la co-presencia de varios conocimientos en una misma actividad, lo cual favorece la comprensión de cada uno de ellos, dando lugar a una sinergia valiosa para proyectos de enseñanza.

Entre las investigaciones sobre conocimientos matemáticos de adultos con baja o nula escolaridad desarrollados en América Latina, destacamos tres tipos de estudios: 1) exploración de conocimientos matemáticos en la vida cotidiana; 2) identificación y análisis de los vínculos y/o distancias entre esos conocimientos y los escolares; 3) análisis de diseños curriculares para la intervención educativa.

Nuestros trabajos de investigación se inscriben en el primer conjunto de estudios: indagamos la presencia de conocimientos matemáticos en actividades específicas de personas adultas, así mismo, tratamos de identificar las interrelaciones entre los conocimientos implicados y diseñamos situaciones tanto para profundizar en la indagación como para la intervención educativa (Solares & Block, 2021). La investigación que presentamos en este capítulo va en la misma dirección y se propone crear puentes hacia el diseño curricular.

El propósito que nos anima es ampliar el conocimiento disponible sobre la construcción de herramientas matemáticas por parte de adultos en su vida diaria, sin mediación de la enseñanza escolar. En comparación con la operatoria con naturales, los conocimientos que aquí abordamos —medición, fracciones y decimales, y proporcionalidad— han sido menos estudiados.

Por otra parte, nos interesa aportar elementos para el diseño de situaciones didácticas que integren de manera significativa los conocimientos de los aprendices. Por ello, dedicamos un apartado a las derivaciones del estudio para la enseñanza.

El capítulo parte de la exposición de los planteamientos teóricos que fundamentaron nuestras decisiones metodológicas, las cuales se exponen enseguida. Después, describimos las actividades agrícolas y las necesidades educativas del grupo de mujeres pertenecientes a la población que nos interesa. Posteriormente, presentamos las situaciones diseñadas para explorar los conocimientos matemáticos de este grupo de mujeres y, enseguida, describimos los conocimientos identificados. Finalmente, proponemos vías para la enseñanza y algunas reflexiones en torno a las mismas.

## MARCO TEÓRICO

Esta investigación se inscribe en el conjunto de estudios sobre los conocimientos matemáticos de los sujetos en situaciones o actividades de su entorno cultural, social o laboral. Indagar en tales entornos obedece a planteamientos teóricos que, a su vez, orientaron nuestras decisiones metodológicas.

Nos centraremos en dos planteamientos: a) la concepción de las matemáticas como práctica sociocultural que se manifiesta en actividades específicas; b) el carácter relativo del conocimiento matemático de acuerdo con la situación y/o la institución en la que el conocimiento se manifiesta (Solares & Block, 2021).

### **Las matemáticas como práctica sociocultural que se manifiesta en actividades específicas**

Como lo hemos expuesto en otras oportunidades, numerosos estudios llevados a cabo en América Latina exploran los conocimientos matemáticos que los sujetos ponen de manifiesto en actividades propias de su entorno (Solares & Block, 2021). Ello obedece al reconocimiento que hacen de las matemáticas como una práctica social y cultural, por lo que indagan la presencia de conocimientos es esta disciplina más allá de ámbitos escolares y académicos.

Yasukawa, et al. (2018) señalan que la Teoría de la Cognición Situada, la Teoría Histórico-Cultural de la Actividad, *Literacy as Social Practice* (en adelante LSP) y la Etnomatemática, tienen en común que conciben a la actividad matemática como cultural, histórica y políticamente situada. Con base en esa característica común, dichos autores ubican a tales teorías en una perspectiva más amplia: *Numeracy as Social Practice* (en adelante, NSP).

Según Yasukawa et al. (2018), el término “Numeracy” suele referirse a cómo las personas piensan y actúan frente a una tarea que implica demandas matemáticas. Con base en esa definición general, los autores analizan las

teorías anteriormente mencionadas e identifican planteamientos que consideran “clave” en la caracterización de la perspectiva NSP:

- Más que centrarse en el desempeño de las habilidades matemáticas en contextos aislados, se centran en prácticas que implican matemáticas (*numeracy practices*) y que tienen lugar en interacciones sociales y en contextos particulares.
- Consideran que la actividad matemática (*numeracy activity*) está situada en términos culturales, históricos y políticos.
- Señalan que toda actividad matemática es ideológica.
- Reconocen que las relaciones de poder pueden hacer más o menos visibles ciertas actividades. NSP se interesa tanto en las matemáticas “visibles” como en las “invisibles”.
- Para estudiar las prácticas de “*numeracy*” *in situ*, suele tener lugar una aproximación etnográfica.

Una de las preguntas que se generan desde las cuatro teorías anteriores, particularmente en la Cognición Situada y en LSP, es: ¿cómo el contexto local conforma prácticas sociales incluyendo las de “numeracy”? (Yasukawa et al., 2018). Esta pregunta atañe a las exploraciones que hemos hecho con población adulta no escolarizada. Enseguida haremos algunas acotaciones.

Por una parte, los estudios que se desarrollan en el marco de la LSP exploran prácticas de lectura y escritura situadas en diversos contextos (Street, 1984); conciben a la alfabetización (*literacy*) como una práctica social e histórica que no se limita a las habilidades para leer y escribir, sino que abarca las interacciones entre personas en torno a los documentos escritos (Barton & Hamilton, 1988).

En Solares y Block (2021); Solares (2018), hemos expuesto cómo la teoría LSP nos ha permitido indagar y comprender las interacciones que ciertas poblaciones tienen en torno a documentos con información numérica escrita. Esas indagaciones encuentran eco en algunos de los planteamientos generales de *Numeracy as Social Practice* (NSP) señalados anteriormente; en particular, coincidimos en el interés de explorar cómo las personas piensan y actúan frente a una tarea que implica demandas matemáticas, y cómo el contexto local conforma las prácticas de “numeracy” (Yasukawa et al., 2018).

Por otra parte, Lave (1991) plantea la necesidad de caracterizar empírica y teóricamente lo que denomina la *actividad cognitiva situacionalmente específica*; para ello, propone una *teoría de la práctica*. Un aspecto relevante de esa teoría es que pone en el centro a la actividad cotidiana, pues la autora considera que los procesos de cognición se construyen en función de las actividades sociales en las cuales tienen lugar. De esa forma, señala que la práctica aritmética se constituye *in situ*, por lo que para investigarse debe ser considerada la *especificidad situacional* de la actividad matemática.

En Solares y Block (2021), así como en Solares et al. (2016), hemos expresado nuestras cercanías con la perspectiva de la Cognición Situada

desarrollada por Lave (1991, 2011), particularmente con su conceptualización sobre las formas en que las personas problematizan y resuelven determinadas situaciones poniendo en juego –o no– conocimientos matemáticos. De manera más específica, coincidimos en el reconocimiento de la importancia que tiene la dimensión social –las interacciones entre los participantes– en la problematización y resolución de esas situaciones.

### **El carácter relativo del conocimiento matemático de acuerdo con la situación y/o la institución en la que se manifiesta**

El reconocimiento de las matemáticas como una práctica social y cultural ha tenido lugar no sólo en investigaciones desarrolladas en contextos extra escolares, sino también en el ámbito escolar. Por ello, parte de nuestros referentes teóricos y metodológicos exploran la diversidad de prácticas y de conocimientos matemáticos que se manifiestan en la escuela misma.

La Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) reconocen, cada una desde su propio marco, el carácter relativo del conocimiento matemático de acuerdo con la situación (TSD) o con la institución (TAD) en la que se manifiesta.

La TSD plantea que el significado de un mismo concepto matemático puede variar en situaciones distintas, y que los actores que participan en tales situaciones también pueden tener conocimientos diferentes sobre una misma noción matemática, de acuerdo con las condiciones en que esta es recreada, utilizada o aprendida por los sujetos.

La definición de los conocimientos en relación con su función en una situación ratifica el hecho de que para una misma noción matemática, cada actor (sociedad, profesor, alumno) desarrolla conocimientos diferentes a priori según las condiciones en las cuales los utiliza, los crea o los aprende (Brousseau, 2000, p. 23).

Por ejemplo, el significado de la fracción  $\frac{1}{2}$  que resulta de repartir un paquete de arroz entre dos personas (fracción que expresa una cantidad), es distinto al que adquiere en una situación como “la cantidad de tazas de arroz debe ser  $\frac{1}{2}$  de la cantidad de tazas de agua”, en la que expresa la relación “por cada taza de arroz, dos tazas de agua” (fracción como expresión de una razón). Cada significado está relacionado, además, con las condiciones de su uso: es distinto si únicamente se debe hacer el reparto del paquete de arroz, a si adicionalmente debe expresarse de manera numérica el resultado. Cabe recordar que los significados de las nociones implicadas también están en relación con los conocimientos previos de los sujetos que participan en tales situaciones; por ejemplo, alguien podría recurrir a la fracción como herramienta para resolver la situación porque la conoce, mientras que otra persona podría no conocerla.

De acuerdo con lo anterior, la investigación que aquí presentamos requirió identificar qué conceptos matemáticos están implicados en algunas de las

actividades en las que participa la población estudiada (mujeres productoras agrícolas), cuáles son sus significados según las funciones que cada concepto cumple en esas actividades, y cuáles fueron los procedimientos y dificultades que las participantes manifestaron al enfrentar las situaciones problemáticas que diseñamos, como se mostrará más adelante.

Por su parte, la TAD plantea que las prácticas y saberes matemáticos pueden tener distintos significados de acuerdo con la institución específica –escolar o no– en la que se desarrollan. Por ello, puede haber diversas prácticas matemáticas relacionadas con un mismo saber, según las instituciones en las que tales prácticas tengan lugar (Castela, 2008). Así, en lo que respecta a la medición, mientras que a las mujeres productoras se les ha indicado que deben dosificar el alimento de las gallinas usando un gramaje determinado según la etapa de desarrollo en que se encuentren las aves, ellas no pesan el alimento –aunque dispongan de básculas–, sino que usan recipientes cuya capacidad es similar a la cantidad de alimento que establece el gramaje. Esto les permite realizar su tarea usando técnicas que les faciliten su ejecución y que, al mismo tiempo, les garanticen cierta confiabilidad en los resultados.

Los planteamientos teóricos aquí expuestos nos permitieron aproximarnos a las actividades productivas de este grupo de mujeres para, posteriormente, diseñar situaciones problemáticas basadas en esas actividades. El propósito de tales situaciones fue explorar ciertos conocimientos que poseen las participantes. Para indagar los alcances y límites de esos conocimientos fue necesario, al mismo tiempo, hacer adecuaciones a las situaciones problemáticas, como se explicará más adelante.

## **METODOLOGÍA**

### **La población y sus necesidades educativas**

Los datos que analizamos en este capítulo fueron recabados en el marco de un proyecto educativo que se llevó a cabo en el sureste de México, en Yucatán, por la Fundación Zorro Rojo A. C., a solicitud de la Fundación Legorreta A. C.

A través del apoyo de personas denominadas “facilitadoras”, la Fundación Legorreta ha desarrollado en distintas localidades de Yucatán actividades de capacitación y de acompañamiento a mujeres mayas que emprenden actividades productivas. La Fundación Zorro Rojo proporcionó asesoría pedagógica a las facilitadoras para atender necesidades educativas que ellas han identificado en las mujeres productoras; su propósito es que las mujeres puedan hacer sus actividades productivas de mejor manera y con mayor autonomía. La mayor parte de las necesidades educativas están relacionadas con la apropiación de la lengua escrita y con el cálculo numérico. Las personas entrevistadas fueron cinco productoras agrícolas de distintas edades con baja o nula escolaridad y tres facilitadoras. Cabe señalar que, de acuerdo con los datos del Censo de Población y Vivienda del Instituto Nacional de

Geografía (2020), en Yucatán 6 de cada 100 personas de 15 años y más no saben leer ni escribir. Entre las actividades productivas que llevan a cabo las mujeres mayas se encuentran el cultivo de hortalizas y la cría de gallinas de manera “ecológica”. Ambas actividades implican procedimientos específicos que deben ser vigilados para cumplir con los estándares de “productos orgánicos”. Para iniciar la crianza de las gallinas, las mujeres recibieron durante cinco años recursos económicos por parte de la Fundación Legorreta, esto mientras se consolidaba el proyecto; una vez que aprendieron el oficio (en 2018), se les comenzó a cobrar el 50% del alimento que consumen las gallinas. Por lo anterior, las facilitadoras han procurado que las mujeres aprendan a gestionar sus recursos promoviendo el uso de distintos formatos en los que se registran egresos e ingresos en varios momentos de la producción. En este artículo nos centraremos en el registro de ventas.

Las facilitadoras señalan que el registro de formatos suele ser complejo para las mujeres, ya que algunas de ellas afirman no saber leer ni escribir. La mayor parte de la población sabe escribir su nombre y la fecha, pero hay quienes presentan dificultades para escribir números. Las facilitadoras también señalan que algunas mujeres sí saben usar la calculadora, pero o no confían totalmente en ella o tienen dificultades para saber qué operación utilizar.

Las mujeres se apoyan en sus familiares o entre ellas para la elaboración de registros. Sin embargo, las facilitadoras insisten en la importancia de que cada una sea capaz de hacer la tarea: “Tenemos que hacer que todas al menos hagan lo básico, que es registrar, que es sumar, que es restar, multiplicar.”

### **Caracterización de las actividades productivas y exploración de conocimientos matemáticos de las participantes**

Una parte fundamental de la indagación consistió en comprender en qué consisten y cuáles son los propósitos de las actividades productivas que las mujeres llevan a cabo de manera cotidiana o *rutinaria* en términos de Lave (1991), es decir, lo que la gente hace en sus ciclos normales de vida diaria, las actividades de carácter rutinario que tienen un entorno organizado para su realización. Para ello, hicimos entrevistas semi-estructuradas a tres facilitadoras de la Fundación Legorreta, quienes describieron en qué consisten algunas las diferentes actividades productivas, las fases en las que se realizan, las formas de desarrollarse y los propósitos de las mismas, así como las necesidades que se han identificado en las mujeres productoras para realizar esas actividades de manera autónoma, particularmente en lo que se refiere a la generación de informes escritos de las ventas que llevan a cabo. En esa primera etapa analizamos distintos informes de ventas para comprender las lógicas de producción de esa información numérica.

Entrevistamos también de manera grupal a ocho mujeres de entre 26 y 60 años, quienes eran beneficiarias del programa, y de manera individual a

tres de ellas. Describieron en qué consisten las actividades que realizan y cómo las desarrollan, así como sus necesidades de aprendizaje. Asimismo, observamos *in situ* un momento en que las mujeres entregaban sus productos a la Fundación y hacían sus registros de venta.

Por otra parte, considerando las necesidades de cálculo, de interpretación y de escritura de números que las facilitadoras habían identificado entre la población, nos apoyamos en la teoría de LSP para indagar cómo las mujeres interactúan con documentos portadores de información numérica en sus actividades productivas. Por lo anterior, en las entrevistas con las facilitadoras y las mujeres productoras profundizamos en qué documentos se generan durante los diferentes momentos de producción agrícola, cuál es la información –particularmente la numérica– que cada uno de ellos aporta, quiénes la producen y para qué. Además, mediante el planteamiento de situaciones problemáticas que emulaban las que resuelven cotidianamente, profundizamos en la indagación de sus procedimientos de resolución, a qué obedecían esos procedimientos y qué conocimientos matemáticos se manifestaban.

Una vez identificadas algunas actividades productivas que parecían involucrar conocimientos matemáticos, nos dimos a la tarea de diseñar situaciones similares para indagar dichos conocimientos en una segunda etapa. Para ello, y en consonancia con la TSD; recurrimos a un análisis epistemológico de los conocimientos, esto es la identificación de problemas asociados a su desarrollo y a su uso, las diferentes formas de representación, los vínculos con otros conocimientos. Recurrimos también a un análisis cognitivo, es decir, a la identificación de los errores característicos, los procedimientos posibles y su evolución. Cabe señalar que estos análisis, epistemológico y cognitivo, son característicos de investigaciones que recurren a experiencias de enseñanza experimental o “diseño de tareas” tales como la ingeniería didáctica (Artigue, 1995), la investigación sobre diseño (Cobb, 2003; Gravemeijer & Cobb, 2006), u otras de este género, aunque en nuestro caso no hay, por ahora, un propósito didáctico en juego. Echamos mano, además, de un valioso recurso propuesto en el línea de LSP (Barton & Hamilton, 1988; Kalman & Street, 2009) que consiste en utilizar portadores de texto que sean familiares para los usuarios con la finalidad de identificar cómo interactúan con esos documentos, particularmente cómo interpretan la información numérica que contienen.

### **Análisis previo de la situación exploratoria**

Como se mencionó, en una segunda etapa de la investigación planteamos situaciones problemáticas para explorar los alcances y límites de ciertos conocimientos implicados en algunas de las actividades productivas. Con esa finalidad modificamos ciertas características de actividades que las mujeres ya conocen; es decir, ante un contexto conocido les planteamos

determinados retos. La situación exploratoria que presentaremos consistió en completar un registro de venta (Figura 1). Cabe aclarar que en la versión que resolvieron las mujeres había un error en el importe total (decía: \$299.50), del cual ellas se dieron cuenta.

Las mujeres están familiarizadas con este formato, pues contiene los elementos de los registros que hacen una vez a la semana. Hay quienes los completan de manera autónoma, mientras que otras lo hacen con ayuda. Lo que cambiamos del formato original fue dar el dato del costo total de algún producto para que ellas calcularan la cantidad comprada. Como se mencionó, dichas modificaciones se hicieron para profundizar en la exploración de sus procedimientos e identificar los alcances y límites de éstos.

Todas las participantes pudieron interpretar los datos que se les presentaron durante la implementación, así como hacer los cálculos, incluso quienes dijeron no saber leer ni escribir. Algunas participantes tuvieron más dificultad que otras, pero no se trató de una situación que estuviera totalmente fuera de su alcance.

La situación consistió en encontrar los valores faltantes en relaciones proporcionales entre cantidades de ciertos productos y su costo. Este tipo de problemas se suele llamar “de cuarta proporcional”, pues consisten en encontrar un dato a partir de otros tres. Por ejemplo, encontrar cuánto se debe pagar por 46 huevos si un huevo cuesta \$2.50

### **Las magnitudes y las medidas**

Los productos se venden por pieza (huevos) o por grupos de piezas (atados), se trata de magnitudes discretas que se cuantifican por conteo. Otros productos se venden por peso y se expresan con la unidad kilogramo, por ejemplo, la berenjena. Se trata aquí de una magnitud continua, es decir, teóricamente divisible de manera infinita. Por lo anterior, las cantidades discretas suelen cuantificarse con números naturales, mientras que las continuas requieren conjuntos numéricos que tengan la propiedad de la densidad, como los números racionales o los números reales. Cabe agregar que las fracciones, si bien no se aplican a unidades discretas, sí se pueden aplicar a grupos de unidades discretas. Un caso de éstos lo constituyen las unidades compuestas (formadas por unidades simples) como los atados, las docenas, las gruesas, etc. Por ejemplo, se puede hablar de la mitad de una canasta de huevo, de las  $\frac{3}{4}$  partes de una población, etc.

Hay cantidades continuas que tienen la propiedad de comportarse a la vez como discretas: son todas aquellas que existen como objetos individuales, por lo que se pueden cuantificar mediante conteo, pero a la vez son divisibles; por ejemplo, es posible hablar de conjuntos de naranjas (la gruesa tiene 60 naranjas), pero también de fracciones de una naranja. La naranja no pierde las propiedades que interesan de ella por el hecho de que se fraccione.

**Figura 1***Registro incompleto de ventas*

Completar los datos que faltan en las columnas de "Cantidad comprada" y "Total".  
Asegurarse de que el importe total efectivamente sea \$301.50

REGISTRO DE VENTAS GRANJAS ECOLÓGICAS K'ÍKIL'JE				
COMUNIDAD: <u>EK-Balam</u>			FOLIO DE HOJA:	
BENEFICIARIA: <u>Aura</u>				
FECHA DE COMPRA: <u>28-11-2018</u>	FECHA DE PAGO: <u>12-12-18</u>		PERSONA QUE PAGA: <u>Mayra</u>	
PRODUCTO	UNIDAD	PRECIO	CANTIDAD COMPRADA	TOTAL
HUEVO GRANDE	pza	\$2.50	<u>46</u>	
HUEVO CHICO	pza	\$2.00	<u>16</u>	
CILANTRO	Atado	\$10		<u>\$30</u>
RÁBANOS	Atado	\$5	<u>6</u>	
BERENJENA	kilo	\$20		<u>\$15</u>
LECHUGA OREJONA	Atado	\$10	<u>1</u>	
LECHUGA LOCAL	Atado	\$10	<u>2</u>	
ACELGA	Atado	\$8		<u>\$32</u>
CEBOLLA	Kilo	\$35		<u>17.5</u>
IMPORTE TOTAL				<u>\$301.50</u>

Otro elemento que interviene en las medidas de las magnitudes son los cambios de unidad. Las fracciones de kilogramo pueden expresarse usando medidas fraccionarias, como  $\frac{3}{4}$  de kg, o bien, subunidades más pequeñas, como 750 gramos. Más adelante, al analizar las resoluciones de las mujeres entrevistadas, veremos que esta doble forma de expresar una medida trajo consigo interesantes dificultades.

Finalmente, está la magnitud dinero, expresada con la unidad "pesos". Esta magnitud teóricamente también es continua, pues el valor de las mercancías es infinitamente divisible, pero en la práctica del comercio, la subdivisión está acotada por las monedas fraccionarias existentes. En este caso, el uso de las fracciones no es usual, sino el de la subunidad más pequeña.

Cabe hacer un breve comentario sobre la importancia de que magnitudes y medidas estén presentes en el trabajo didáctico con números y operaciones. Las magnitudes y sus medidas están en el origen histórico de los sistemas numéricos, y en particular de las fracciones y los decimales: los números responden a la necesidad de medir (Brousseau, 2001). A finales del siglo XIX la necesidad de unificación de las matemáticas, aunado al desarrollo del álgebra, dieron lugar a un trabajo de abstracción en el que las magnitudes tendieron a quedar fuera de la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, más allá de la efímera reforma de las matemáticas modernas de mediados del siglo pasado, actualmente hay un fuerte consenso cuando de enseñanza se trata, en partir de la función de los números como expresiones de cantidades y de medidas (Brousseau, 2001; Lamon, 2007). Lo anterior es tanto más pertinente en el caso de la enseñanza a adultos parcialmente escolarizados debido a su experiencia de vida, sobre todo en situaciones relacionadas con el dinero y, eventualmente, también por su experiencia laboral.

## La proporcionalidad

La situación del registro de venta pone en juego relaciones de proporcionalidad entre cantidad de un producto y su costo. Las relaciones de proporcionalidad suelen estar presentes también en un gran número de situaciones vinculadas al universo de las medidas. Para empezar, están presentes en hechos que nos resultan tan obvios que muchas veces no los vemos, como el que las medidas de las cantidades son proporcionales a las cantidades mismas (por ejemplo, una longitud que es lo doble de otra, también mide lo doble, no importa con qué unidad se mida); o que las medidas de una cantidad son inversamente proporcionales al tamaño de la unidad. Por otra parte, en las situaciones de compra venta, la proporcionalidad entre la cantidad de un producto y su costo es la propiedad por excelencia que rige el funcionamiento del comercio. Aun en los casos en los que el precio por unidad disminuye en compras al mayoreo, la proporcionalidad sigue siendo un referente.

La proporcionalidad se caracteriza por cualquiera de sus dos propiedades básicas: a) hay una constante de proporcionalidad, en este caso el precio por kilo, o bien, b) la razón que hay entre dos valores cualesquiera de una de las magnitudes se conserva entre los dos valores correspondientes de la otra magnitud, por ejemplo, por el doble de mercancía se paga lo doble. La constante de proporcionalidad establece una relación entre los valores de una magnitud (por ejemplo kilos) con los de la otra magnitud (por ejemplo pesos). Se trata de una razón externa constante. Las razones que se establecen entre dos valores de la misma magnitud, por ejemplo, entre dos cantidades de peso, o entre dos precios, suelen llamarse razones internas.

Cuando se calculan valores en situaciones de proporcionalidad, se acude de manera implícita a una u otra de estas propiedades. No sobra decir que el manejo de dichas propiedades en la práctica pocas veces se hace explícito. Las excepciones suelen ser los casos en los que la proporcionalidad se rompe cuando uno se pregunta, por ejemplo, ¿por qué por dos cosas me cobraron más del doble que por una?

## Las medidas fraccionarias y decimales

Las fracciones que se utilizan en la vida cotidiana en situaciones de medición suelen ser pocas y casi siempre del tipo  $\frac{1}{2^n}$  (medios, cuartos, octavos, etc.). Los decimales, en cambio, se utilizan con más frecuencia en todo tipo de medidas.

El paso de fracciones a decimales y viceversa exige cierto nivel de conocimiento de ambos. Aunado a ello, con los cambios de unidad se multiplican las formas posibles de expresar la medida de las cantidades.

## Entramados de nociones

Así, las nociones de medición, cambios de unidad, proporcionalidad, fracciones y decimales, constituyen un entramado de nociones articuladas entre sí que se hace presente en numerosas situaciones. Vergnaud (1988)

propuso la noción de campo conceptual de las estructuras multiplicativas para dar cuenta de la interdependencia de las nociones de multiplicación, división, números racionales y proporcionalidad, en los problemas que las implican. De sus estudios deriva la recomendación enfática de tener en cuenta estas interdependencias en la enseñanza. El conjunto de nociones que intervienen en las situaciones que analizaremos aquí es básicamente el mismo, con el agregado de las nociones relativas a la medición.

### Conocimientos identificados

A continuación presentamos el análisis de los procedimientos de cálculo de las participantes, procurando destacar los conocimientos que pusieron en juego.

### Uso de la razón interna “la mitad” para resolver un problema de cuarta proporcional

Veremos dos casos en los que alguna de las mujeres entrevistadas utiliza con éxito la fracción “la mitad” como razón interna para resolver un problema de cuarta proporcional.

Frente al problema de la cebolla (el kilo cuesta \$35, se pagaron \$17.50, ¿cuánto se compró?), Minerva (se usan seudónimos) contestó “medio kilo”. Con ello, puso de manifiesto tres conocimientos (ver Figura 2): el primero, que 17.50 es la mitad de 35, probablemente a partir de sumar 17.50 dos veces; el segundo, que a la mitad de precio le corresponde la mitad de cantidad, lo que constituye una regla básica bien conocida del comercio que ya comentamos; y el tercero, que la mitad de un kilo es medio kilo. Más adelante veremos que la escritura de este medio kilo fue problemática.

### Figura 2

*Conocimientos manifestados por Minerva en relación con el problema de la cebolla.*

\$ 35	→	1 kg
:2		:2
\$ 17.5	→	$\frac{1}{2}$ kg

Veamos un segundo caso. Del conjunto de problemas planteados sobre la nota de compra, el más difícil fue el de la berenjena por implicar el cálculo de un valor intermedio –el unitario– y por involucrar medidas y razones no enteras más allá de “la mitad” – la fracción  $\frac{3}{4}$  –: si el kilogramo está a \$20, ¿cuánto dan por \$15?

Posteriormente analizaremos las dificultades en torno a la notación de medidas con fracciones y decimales, referidas a distintas unidades. Nos ocuparemos ahora de los procedimientos para abordar al problema de cuarta

proporcional. Veremos la resolución de una de las entrevistadas, Ana, debido a que fue particularmente explícita.

Según se puede ver en el registro, en poco tiempo Ana da un resultado correcto.

**Ana:** *Aquí el kilo está a veinte, veinte el kilo y quince (en el total) /señalando la fila de la berenjena/ quiere decir que se compró uno y medio, no, tres cuartos, /hace pausa/ sí tres cuartos. No sé cómo se escriben los tres cuartos.*

Posteriormente explicó:

**Ana:** *Quiere decir que un medio son diez pesos, cuarto son cinco pesos.*

Es decir, a través de “sacar mitades” dos veces a partir de 20, obtuvo el peso correspondiente a la cantidad de \$5.00, que es  $\frac{1}{4}$  de kg. La cantidad de \$5 es cómoda para calcular lo que corresponde a \$15, pues 5 es divisor de 15. Ana optó por descomponer \$15 en \$10 (doble de 5) más \$5, como se muestra en la Figura 3.

### Figura 3

*Procedimiento de Ana para calcular cuánto se da por \$15 de berenjena*

$$\begin{array}{rcc}
 \frac{1}{2} \text{ de} & \left( \begin{array}{l} \$20 \rightarrow 1\text{kg} \\ \$10 \rightarrow \frac{1}{2} \text{ kg} \end{array} \right) & \frac{1}{2} \text{ de} \\
 \frac{1}{2} \text{ de} & \left( \begin{array}{l} \$5 \rightarrow \frac{1}{4} \text{ kg} \end{array} \right) & \frac{1}{2} \text{ de} \\
 & \$15 \rightarrow \frac{3}{4} \text{ de kg (porque a } \$10 + \$5 \text{ le corresponde } \frac{1}{2} \text{ kg} + \frac{1}{4} \text{ kg)} & 
 \end{array}$$

En este procedimiento están en juego varios conocimientos que detallamos a continuación.

De proporcionalidad: se conservan las razones internas “sacando mitades” (a la mitad de precio corresponde la mitad de producto), y luego se aplica otra propiedad de la proporcionalidad implícita, por supuesto, que asegura que a la suma de dos cantidades de una de las magnitudes (10 pesos + 5 pesos) le corresponde la suma de las cantidades de la otra magnitud ( $\frac{1}{2}$  kg +  $\frac{1}{4}$  kg). Los procedimientos basados en estas dos propiedades –conservación de las razones internas, y aquella que posibilita sumar término a término– se suelen llamar procedimientos de construcción progresiva (*Building up procedures*, en inglés; Lamon, 2007). Se ha visto que estos procedimientos, en contraste con otros como el recurso al valor unitario constante, o a la “regla de tres”, constituyen la forma usual de abordar los problemas de cuarta proporcional, no solamente entre quienes no han estudiado de manera sistemática en la escuela (Ávila, 2006; Soto & Rouche, 1995, entre otros), sino incluso entre personas escolarizadas (Hart, 1978). No obstante, el uso de estos procedimientos suele estar limitado a casos como el anterior, cuyas razones internas implicadas son relativamente sencillas, como la mitad o la cuarta parte.

De fracciones: sabe que la mitad de uno es un medio o dos cuartos y que la mitad de un medio es un cuarto; sabe también que la suma de ambas es tres cuartos. No sabe cómo se escribe esta última fracción.

### **Fracciones, decimales, y cambios de unidad de medida: nociones entrelazadas en el marco de un problema de proporcionalidad**

Está documentado que los adultos no escolarizados suelen tener conocimientos, expresados oralmente, sobre algunas fracciones tales como un medio, un cuarto o “medio cuarto”, en el contexto de la medición de magnitudes (Ávila, 2006). En nuestro estudio confirmamos lo anterior y tuvimos la oportunidad de observar la manifestación de algunos conocimientos sobre la escritura de dichas fracciones. Además, algunas de las mujeres entrevistadas mostraron saber que esas medidas se expresan también con decimales, eventualmente usando el punto decimal. Las situaciones en las que se presentaron estos conocimientos tuvieron la complejidad adicional de los cambios de unidad, kilos a gramos y viceversa, los cuales afectan a las medidas. Cada una de las entrevistadas manifestó tener distinto dominio de esto último, en general incipiente, lo que dio lugar a más confusiones con la escritura, pero también a la posibilidad de confrontar distintas opciones. El contexto de la medición de pesos se reveló fecundo para abordar estas problemáticas.

### **Representaciones para medio kilo: $\frac{1}{2}$ , 0.5, 500g, 0.500, 0.500g...**

Frente al problema de la cebolla (el kilo cuesta \$35, se pagaron \$17.50, ¿cuánto se compró?), surgieron varias escrituras para la respuesta de “medio kilo”.

#### **Primer momento. Dos escrituras para “medio kilo”: $\frac{1}{2}$ y 0.5**

Minerva escribe primero 0.5, pero enseguida lo tacha y escribe  $\frac{1}{2}$  (Figura 4).

Explica:

**Minerva:** *No, porque me dice que ellas escriben medio (0.5) /se refiere a María Elena y Noemí/ pero yo le digo no, yo siempre así escribo el medio / señalando  $\frac{1}{2}$  en su hoja/.*

Así, entran en juego la fracción  $\frac{1}{2}$  y el decimal 0.5 en calidad de escrituras equivalentes. La unidad kilogramo no se menciona, pero está implícita. Al parecer, para Minerva se trata de dos representaciones simbólicas tipo etiquetas (Ávila, 2006) que conoce por su uso frecuente.

#### **Segundo momento. Interviene el cambio de unidad: “500 gramos”**

Más adelante vuelven al problema de la cebolla y, cuando están de acuerdo en que la respuesta es “medio kilo”, la Entrevistadora 1 pregunta: “¿Cómo se escribe la mitad de un kilo?”. Gloria responde: “quinientos gramos”. Interviene una tercera representación correcta para medio kilogramo. Hay un cambio de unidad, de kilogramo a gramos, permitiendo que la medida se exprese con un número entero: 500.

**Figura 4**

Escritura fraccionaria de Minerva ( $\frac{1}{2}$ )

		COMPRADA	
piza	\$2.50	46	115
piza	\$2.00	16	32
Atado	\$10	3	30
Atado	\$5	6	30
kilo	\$20	1	\$15
Atado	\$10	1	10
Atado	\$10	2	20
Atado	\$8	1	\$32
Atado	\$35	1	17.5
			\$299.50

### Tercer momento. “0.500... ¿va un punto siempre?”

Sin embargo, un poco más adelante se propone otra escritura: la de 0.500

**Nancy:** *Cero punto quinientos*

**Entrevistadora 1:** *Ajá, cero punto quinientos, ¿entonces siempre se pone el punto o no?*

**Gloria:** *Debe de ir*

**Minerva:** *Si no, no va a salir la cuenta de...*

Esta última escritura (0.500) es correcta si la unidad es el kilogramo. Pero en este momento no se hace explícita la unidad, como si no tuviera que ver. Más adelante esta indefinición llevará a errores.

### Cuarto momento. Tres representaciones para un medio: $\frac{1}{2}$ , 0.500 y 500, y una confusión con la unidad

La tercera vez que se plantea cómo escribir un “medio kilo” se hacen explícitas tres posibilidades: 0.500 (g), 500, y  $\frac{1}{2}$ :

**Gloria:** *Yo puse cero punto quinientos o también ponle solo quinientos/dirigiéndose a una de sus compañeras/.*

**Entrevistadora 2:** *Podría ser así o como decían de un uno y la diagonal y un dos*

**Minerva:** */Escribe  $\frac{1}{2}$  /.*

**Entrevistadora 2:** *Ajá, esa sería una forma, o la otra es cero punto quinientos, pero aquí no serían kilos, serían gramos nada más...*

**Gloria:** */Agrega la g de gramos/.*

**Entrevistadora 2:** *Ajá, exacto.*

De manera implícita, el uso de la fracción parece estar asociado al kilogramo, y el de los naturales, a los gramos. Pero también se hace presente la expresión decimal 0.500, como alternativa para expresar “medio kilo”. La Entrevistadora 2 hace explícita la unidad y la posibilidad de cambiarla, pero se confunde y acaba proponiendo la escritura 0.500 con la unidad gramos.

La confusión en el uso de dos unidades (*kg* y *g*) y escrituras con y sin punto decimal reaparece en la siguiente situación, con respecto a  $\frac{3}{4}$  de kilo y 750 gramos.

### Escrituras para 3 kilos y medio: $3\frac{1}{2}$ o 3.500. Un vínculo entre dos registros

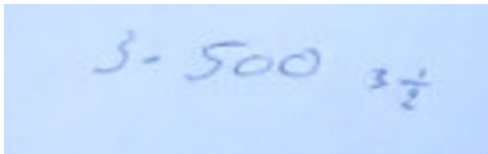
A raíz de un ejemplo que Minerva da para mostrar cómo escribe  $\frac{1}{2}$ , se introduce otra discusión: “¿Cómo se escribe 3 kilos y medio?”

**Minerva:** *Es que así nos enseñaron antes, yo vengo a mi venta y así, como dices, lleno mi papel, traigo tres kilos de algo, vamos a suponer, yo pongo así, / escribiendo en la hoja/ tres kilos más medio, pongo un punto y así mira, quinientos (...). Ajá y me enseñaron que cuando escribiera el medio sería mucho mejor, así / escribiendo  $3\frac{1}{2}$ /. Yo pongo así: tres kilos más medio, pongo un punto y así mira, quinientos. (Figura 5).*

Parece claro entonces, al menos para Minerva, que  $\frac{1}{2}$  y 0.5, así como  $3\frac{1}{2}$  y 3.500 son escrituras equivalentes. Lo que no se explicita es qué pasa cuando se cambia la unidad a gramos, o en qué casos se puede escribir 500 en lugar de .500 Tampoco se analiza por ahora la posibilidad de omitir los ceros de “.500”

#### Figura 5

Escritura con punto decimal y con fracción de Minerva



### Escrituras para tres cuartos de kilo: $\frac{3}{4}$ de kg, 075, 750

Al resolver el problema sobre la berenjena (el kilo de berenjena cuesta \$20, se pagaron \$15. ¿Cuánto se compró?), Minerva contesta: *Cero setenta y cinco gramos.*

Hay tres maneras de expresar la cantidad de tres cuartos de kilogramo:

- Sin cambiar de unidad, con fracciones:  $\frac{3}{4}$  de Kg
- Sin cambiar la unidad, con decimales: 0.75 Kg o bien 0.750 Kg
- Cambiando de unidad, con decimales (en este caso, naturales): 750 g

La respuesta de Minerva parece estar entre las dos últimas. Su respuesta es correcta, pero pudo ser casual. Al decir 075 gramos, pudo haber equivocado la unidad (dijo gramos en lugar de kilogramos) y omitió el punto, o bien, al usar la unidad gramos equivocó la medida (75 en lugar de 750).

Gloria, por su parte, titubea explícitamente entre las dos últimas formas anteriores (b y c), y considera que sólo una es correcta, aunque no expresa la unidad.

**Gloria:** *Yo puse cero setenta y cinco pero creo que no es cero setenta y cinco, (sino) setecientos cincuenta.*

Más adelante, hacia el final de este episodio, cuando la Entrevistadora 1 les pregunta, para cerrar, cómo se escribe tres cuartos y cuál es la medida equivalente en gramos, Gloria y María Elena dejan ver de nuevo una confusión.

**Gloria:** *Y no llega ni a cien gramos (cero setenta y cinco)*

**María Elena:** *Nos falta veinticinco para un gramo*

Probablemente, Gloria pensó en el kilogramo, pero se confundió al decir 100 gramos en lugar de 1000. María Elena quizá quiso decir algo como “nos faltan 250 gramos para un kilo”.

Cabe notar que, más allá de las dificultades que hemos mostrado, las mujeres entrevistadas demuestran tener una idea de la relación de las cantidades referidas ( $\frac{1}{2}$  kg,  $\frac{3}{4}$  kg) con el kilogramo y saben que hay otras formas de escribir esas cantidades, en las que aparecen los números 500 y 750, a veces con un punto.

En otra entrevista, cuando Ana ha calculado que a \$15 le corresponden  $\frac{3}{4}$  de kilo de berenjena y ha expresado que “no llega ni a un kilo”, la Entrevistadora 1 le pregunta por el peso que marcaría la báscula, y Ana contesta rápidamente “750” sin especificar la unidad. ¿Sabe que se trata de gramos y que 1000 gramos equivalen a un kilo? Es probable, pues Ana tiene mucha más experiencia que sus compañeras por el hecho de ser dueña de una tienda y usar ahí frecuentemente la báscula.

Un denominador común en las respuestas anteriores es cierta desvinculación entre el número que expresa la medida y la unidad. Esto constituye un reto para la enseñanza. Volveremos sobre este punto en el apartado de consideraciones didácticas.

### **Dudas en la escritura de las fracciones: ¿ $3\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ?**

Se trata de una dificultad en el registro de fracciones, sin relación con los cambios de unidad. En la discusión acerca de cómo escribir con números la fracción “un medio”, Minerva enfatiza su preferencia por la escritura fraccionaria y da un ejemplo: tres y medio se escribe “ $3\frac{1}{2}$ ”. Al ver esa escritura, Gloria propone otra.

**Gloria:** *Pero sería mejor como nos dijo, el tres y dos abajo (...)*

**Entrevistadora 1:** *¿También serían tres kilos y medio?*

**Mujeres:** *No*

**Minerva:** *Porque el dos está abajo*

Posiblemente la escritura “ $3\frac{1}{2}$ ” es interpretada por Gloria como “3 veces  $\frac{1}{2}$ ”, y por eso la ve como equivalente de  $\frac{3}{2}$ . Con la intervención de la Entrevistadora 1 se aclara que tres medios es uno y un medio.

**Entrevistadora 1:** *El dos está abajo, ahí dice, tres medios ¿Cuántos es tres medios?, ¿cuándo se cuenta tres veces medios?*

**Gloria:** *Uno y medio.*

**Entrevistadora 1:** *Uno y medio*

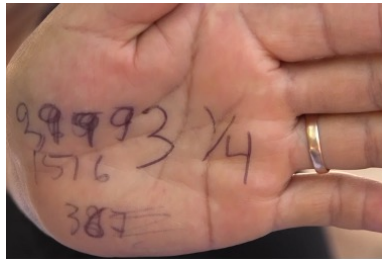
Gloria no quedó totalmente convencida, pues más adelante presenta la duda con otra fracción: una vez que estuvieron de acuerdo en que el resultado del problema de la berenjena era tres cuartos de kilo, la Entrevistadora 1 planteó: “¿Cómo se escribe tres cuartos?” En algún momento, Gloria pro-

pone  $3\frac{1}{4}$  (Figura 6), de manera parecida a lo acordado antes, pero para “tres un medio”. Parece confirmarse que interpreta esa escritura como “3 veces  $\frac{1}{4}$ ”, así como antes interpretó  $3\frac{1}{2}$  como 3 veces  $\frac{1}{2}$  y como  $\frac{3}{2}$ . Esta interpretación es muy factible —después de todo,  $3a$  se interpreta como 3 veces  $a$ —, por lo que conviene tenerla presente en la enseñanza.

En otra entrevista, la señora Ana deja ver que sabe que uno y medio se escribe  $1\frac{1}{2}$ , y que tres cuartos “lleva un tres y un cuatro”.

### Figura 6

Escritura de Gloria para “tres cuartos”



### Comentario sobre la problemática de los cambios de unidad

En los problemas revisados están implicadas tres maneras de expresar las medidas: con fracciones, con decimales y con números naturales, como se muestra en la Tabla 1.

Así, convergen en las resoluciones a los problemas planteados tres conocimientos: a) cambios de unidad de medida de peso ( $kg$  y  $g$ ); b) expresiones de medio kilo y tres cuartos de kilo con fracciones y c) con decimales. Las mujeres entrevistadas mostraron disponer de algunos de estos conocimientos: conocen las escrituras fraccionarias  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{3}{4}$ , con pequeñas confusiones, y tienen una idea vaga de la escritura con punto, seguramente por su presencia en precios y medidas. De lo que parecen no estar conscientes es de que los cambios de unidad afectan las expresiones de las medidas, ni tampoco comprenden totalmente el papel del punto decimal, el cual no saben si se coloca siempre o cuándo va.

Tabla 1

Distintas maneras de expresar las medidas

Fracciones	Decimales	Naturales
$\frac{1}{2}$ kg, $\frac{3}{4}$ kg	0.5 kg; 0.75 kg, o bien 0.500 kg; 0.750 kg	500 gr, 750 gr

### Derivaciones para la enseñanza

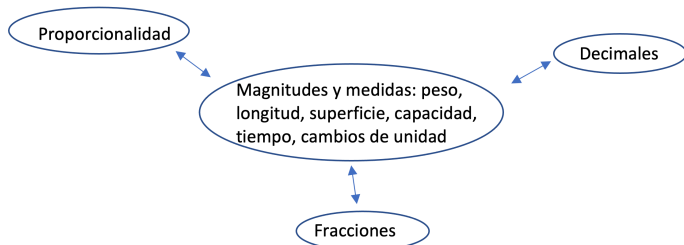
No fue propósito de este estudio llevar a cabo una investigación didáctica, es decir, explorar formas de enseñanza adecuadas para una población adulta semi escolarizada, sino identificar conocimientos matemáticos que los adultos

ponen en juego al resolver situaciones de su entorno laboral. Sin embargo, consideramos que de los resultados obtenidos se pueden inferir algunas observaciones que podrían ser útiles en un proyecto de enseñanza, mismas que presentamos a continuación.

Los procedimientos y las respuestas que hemos analizado, incluyendo las dudas, las preguntas y las confusiones, sugieren que el contexto de la medición de magnitudes familiares –principalmente el peso, la cantidad de productos, y el dinero– es favorable para abordar de manera integral varias nociones clave: la proporcionalidad entre cantidades y precio mediante procedimientos de aproximación, la expresión de las medidas con fracciones y decimales, los cambios de unidad. Hemos intentado destacar los beneficios de este entramado de nociones implicadas en una misma tarea, en particular el estudio de números no enteros, fracciones y decimales, expresando medidas de magnitudes en el contexto de situaciones de proporcionalidad. Si bien la enseñanza se ve obligada a tratar dichas nociones por separado –al menos al inicio– para facilitar unos aspectos o para concentrarse en otros, en esta experiencia de investigación advertimos el beneficio de recuperar progresivamente la complejidad de los problemas: es la manera de seguir aprendiendo varias nociones a la vez, de aprovechar cierta sinergia entre las mismas y de no volver demasiado artificiales los problemas. Así, en un proyecto de enseñanza se puede considerar una especie de ir y venir entre el estudio de la medición y el de los otros contenidos, como se ilustra en la Figura 7.

### Figura 7

*Interrelaciones entre nociones de matemáticas en un proyecto de enseñanza*



Asimismo, la experiencia que hemos presentado nos permite hacer las siguientes recomendaciones.

Valorar, explicitar y ayudar a mejorar los procedimientos para abordar situaciones de proporcionalidad, en particular el de aproximaciones progresivas (uso de las razones internas) y el del valor unitario. No reducir la enseñanza de procedimientos a la regla de tres, la cual, por su naturaleza algebraica, es difícil de comprender y da lugar a errores. En la experiencia que aquí reportamos, la conservación de las razones internas se confirmó como un procedimiento intuitivo y accesible (por ejemplo, cuando se dice “al

doble le corresponde el doble”). Un paso importante sería hacer explícitas las operaciones de multiplicar o dividir (“sacar mitades”) que se aplican a las cantidades de ambas magnitudes, así como la posibilidad de sumar “término a término”. Convendría usar primero las razones “doble” y mitad”. No obstante, este recurso es insuficiente para números más difíciles (por ejemplo, cantidades que no se obtienen duplicando o sacando mitad a una cantidad inicial), por lo que en cierto momento habría que introducir otro procedimiento de aplicación más general, como el de calcular el valor unitario.

Con respecto a las fracciones y los decimales, convendría centrar el estudio con la cadena de fracciones del tipo  $\frac{1}{2^n}$  (cuartos, octavos y dieciseisavos), para sistematizar el procedimiento de partir en mitades y trabajar, dentro de esa cadena, la equivalencia, la suma y la resta, la multiplicación y división por /entre un entero. La propuesta de restringirse a las fracciones del tipo  $\frac{1}{2^n}$  se basa en tres consideraciones: 1) son las fracciones que se usan con más frecuencia en los contextos de medición con los que los adultos suelen tener familiaridad (y, muchas veces, son las únicas); 2) las fracciones se obtienen mediante particiones sucesivas en mitades, lo cual las hace accesibles y, además, generan un sistema dentro del cual es relativamente fácil comparar y operar; 3) por último, pero no menos importante, estas fracciones permiten aproximarse a cualquier cantidad, al igual que el sistema de fracciones decimales. En general, convendría que los contextos impliquen, lo más frecuentemente posible, las magnitudes de peso, capacidad y tiempo, en las cuales el uso de fracciones es relativamente frecuente. Asimismo, conviene tratar de ir más allá de los típicos repartos de pizzas y pasteles por lo poco usual que resulta el uso de fracciones en esos contextos (Ávila, 2006), pero sí buscar la manera de incluir la superficie, pues brinda una representación gráfica que puede ser útil para comprender las fracciones.

En cierto momento es necesario trabajar con decimales. Como pudimos ver, las mujeres entrevistadas muestran tener un conocimiento de su existencia, pero nada más. La meta sería usarlos para expresar medidas, cuando la unidad se fracciona en 10, 100 y 1000, y estudiar los cambios de unidad. Al mismo tiempo, conocer algunas de sus características básicas desde el punto de vista matemático, por ejemplo, el hecho de que los ceros a la derecha no afectan la cantidad, o el hecho de que ya no comparten con los naturales la propiedad de que entre más cifras tiene un número mayor es.

## CONCLUSIONES

Partimos de la consideración básica, ampliamente compartida (Soto & Rouche, 1995; Ávila, 2006; Broitman, 2012; Mariño, 1997; Delprato, 2002; Lave, 2011; entre otros) de que todas las personas desarrollan conocimientos matemáticos personales fuera de la escuela, en su vida diaria y laboral, por la necesidad de interactuar con su entorno y de resolver diversas tareas, entre

las que destacan las relativas a la compra venta por su universalidad. Explorar e identificar estos conocimientos es valioso no solamente porque aporta elementos a la comprensión de los procesos de aprendizaje de las personas en general, sino porque dichos conocimientos deberían constituir el antecedente primordial de un proyecto educativo que pretenda incrementarlos y potenciarlos. Finalmente, consideramos que un recurso básico para realizar esta exploración con fines de investigación didáctica es el planteamiento de situaciones problemáticas que emulen las que se resuelven cotidianamente, incluso con variantes no usuales que exigen ir más allá de lo habitual para explorar, además, cómo las personas utilizan sus conocimientos para generar otros nuevos. Por supuesto, esto tendría que confirmarse con estudios de corte didáctico.

En este proyecto incluimos también como recurso de exploración documentos que competen a las personas y con los cuales están familiarizadas (Barton & Hamilton, 1988), bajo el supuesto de que dichos documentos contribuirían a la creación de un entorno familiar, favorable a la puesta en juego de los conocimientos personales (Yasukawa et al., 2018).

Consideramos que los resultados aquí presentados confirman las hipótesis de partida y permiten avanzar en el proyecto de identificar conocimientos ligados a los oficios de adultos con baja o nula escolaridad. El uso de un registro de venta similar al que las mujeres utilizan permitió, efectivamente, una comprensión inmediata de las relaciones implicadas en la situación (precio unitario, cantidad, costo total); y la utilización, además, de una variante no usual en ese tipo de documento (averiguar la cantidad comprada, conociendo el costo total y el precio unitario) posibilitó demostrar que las mujeres ponen en marcha formas propias, originales –en el sentido de no aprendidas en otro lado– para resolver las dificultades. Nos referimos, en particular, a los procedimientos para resolver situaciones de proporcionalidad por aproximación, mediante manipulación de las razones internas y de la suma término a término.

Resultó particularmente interesante conocer la forma en que la aparición de cantidades no enteras fue enfrentada por las mujeres a partir de sus conocimientos previos. Dejaron ver un conocimiento de las nociones de mitad y cuarta parte de una cantidad y cierto conocimiento de la manera de simbolizar por escrito dichas cantidades. Ellas mismas trajeron a colación dos variantes más para la expresión de las medidas no enteras: el cambio de unidad –de kilogramos a gramos– y el uso de decimales, dejando ver también ausencias importantes en su conocimiento de ambos recursos, las cuales se revelan como interesantes desafíos didácticos.

Hemos comprendido que las personas adultas podrían desarrollar conocimientos por caminos distintos, más eficientes para ellas, que aquellos por los que transitan los alumnos de la escuela básica, pero nos parece que se ha

avanzado poco en el estudio de alternativas. Diseñar, probar y rediseñar secuencias de situaciones didácticas para trabajar con adultos con escasa escolarización interesados en incrementar sus conocimientos matemáticos es un reto que nos interesa. Consideramos que lo aquí expuesto puede contribuir en el trazo de caminos alternativos para la enseñanza.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a la Fundación Zorro Rojo A.C. y a la Fundación Legorreta Hernández por hacer posible la realización del trabajo de campo, así como a Natalia García Hess y a Samanta Guerrero Neri por sus excelentes transcripciones.

## REFERENCIAS

- Área de Apoyo y Seguimiento a la Mejora Continua e Innovación Educativa. (2020). Detrás de los números Rezago Educativo. *Educación en Movimiento*, 7. <https://bit.ly/3JRIF94>
- Ávila, A. (2006). Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. *Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad. Educación Matemática*, 18(1), 5–35. <https://bit.ly/3pKnnnb>
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Gómez, P. (Ed) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y las innovaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 7–24). Grupo Editorial Iberoamérica. <https://bit.ly/3PRZEvS>
- Barton, D., & Hamilton, M. (1998). *Local literacies. Reading and writing in one community*. Routledge. <https://bit.ly/3JPuIT2>
- Broitman, C. (2012). *Adultos que inician la escolaridad: sus conocimientos aritméticos y la relación que establecen con el saber y con las matemáticas*. [Tesis de Doctorado, Universidad Nacional de La Plata]. Repositorio Institucional FaHCE-UNLP. <https://bit.ly/3XHTa4P>
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12(1), 5–37. <https://doi.org/10.24844/EM1201.01>
- Brousseau, G. (2001). *Les grandeurs dans la scolarité obligatoire*. Université Victor Segalen Bordeaux 2. <https://bit.ly/3O8GdxK>
- Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 28(2), 135–182. <https://bit.ly/3Da6OnJ>
- Cobb, P. (2003). Investigating students' reasoning about linear measurement as a paradigm case of design research. En M. Stephan, J. Bowers, P. Cobb, & K. Gravemeijer (Eds.), *Supporting students' development of measuring conceptions: analyzing students' learning in social context* (pp. 1–23). National Council of Teachers of Mathematics. <https://doi.org/10.1007/BF03217400>

- Delprato, F. (2002). Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática. [Tesis de Maestría no publicada]. Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. En J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research: The design, development and evaluation of programs, processes and products* (pp. 45–85). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203088364>
- Hart, K. (1978). The understanding of fractions in the secondary school. En E. Cohors-Fresenborg, & I. Wachmuth (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 177–183). Universität Osnabrück. <https://bit.ly/46LYjwB>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (2020). *Analfabetismo*. INEGI. <https://bit.ly/3XMmLdf>
- Kalman, J., & Street, B. (Eds.) (2009). *Lectura, escritura y matemáticas como prácticas sociales. Diálogos con América Latina*. Siglo XXI. <https://bit.ly/3rp1HNR>
- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. En F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 629–667). Information Age Publishing.
- Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica*. Paidós.
- Lave, J. (2011). *Apprenticeship in Critical Ethnographic Practice*. The University of Chicago Press. <https://bit.ly/3XOp1QA>
- Mariño, G. (1997). Los saberes previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos. En Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Ed.), *Conocimiento matemáticos en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación* (pp. 77–100). UNESCO. <https://bit.ly/3O9OOQy>
- Solares, D., Solares, A., & Padilla, E. (2016). La enseñanza de las matemáticas más allá de los salones de clase. Análisis de actividades laborales urbanas y rurales. *Educación Matemática*, 28(1), 69–98. <https://doi.org/10.24844/EM2801.03>
- Solares, D. (2018). Registros numéricos en un campo de cultivo. Escrituras en tensión en un ambiente laboral. *PNA*, 12(4), 209–228. <https://doi.org/10.30827/pna.v12i4.7850>
- Solares, D., & Block, D. (2021). Mujeres que leen, escriben y calculan para participar en la economía familiar y local. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 19, 55–70. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i19.396>
- Soto, C., & Rouche, N. (1995). Problemas de proporcionalidad resueltos por campesinos chilenos. *Educación Matemática*, 7(1), 77–95. <https://doi.org/10.24844/EM0701.06>

- Street, B. (1984). *Literacy in theory and practice. Cambridge Studies in Oral and Literate culture* (Vol. 9). Cambridge University Press.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative Structures. En J. Hiebert, & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grade* (Vol. 2, pp. 141–161). Lawrence Erlbaum Associates y National Council of Teachers of Mathematics.
- Yasukawa, K., Jackson, K., Kane, P., & Coben, D. (2018). Mapping the terrain of social practice perspectives of numeracy. En K. Yasukawa, A. Rogers, K. Jackson, & B. Street (Eds.), *Numeracy as social practice* (pp. 3–18). Routledge.  
<https://doi.org/10.4324/9781315269474>